

# 地下管线检测中的曲线重构算法<sup>\*</sup>

马雷, 田中旭, 邸义

(上海大学 CMS中心和机器人中心, 上海 200072)

**摘要:** 提出了一种应用于非开挖管线测量, 在已知离散点曲率的情况下进行空间曲线重构的方法。运用了差分和数值积分的方法重构了被测管线的轴线, 并给出了一种修正方法, 进一步提高了积分精度。文中给出的算例说明了本算法是可行的, 并具有比较高的精度。

**关键词:** 非开挖技术; 曲率; 曲线重构; 修正

**中图分类号:** TP301.6    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1001 - 3881 (2006) 11 - 013 - 3

## An Algorithm for Curve Reconstruction on Underground Pipeline Detection

MA Lei, TAN Zhongxu, DI Yi

(Center of CMS & Robotics, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** A reconstruction method of using the discrete curvature data for space curve was proposed on underground pipeline detection. The difference method and numerical integration were used to reconstruct the axes of the underground pipelines, and an amendatory solution was provided to increase the integral precision. The given numerical example demonstrates that the algorithm is feasible and comparatively precise.

**Keywords:** Trenchless technology; Curvature; Curve reconstruction; Amend

### 0 引言

非开挖技术 (Trenchless Technology), 即非开挖铺设地下管线施工技术, 是 20 世纪 80 年代后期首先在国外发展起来的一项管道施工新技术。它是指在不开挖地表的情况下, 利用地质工程的技术手段, 进行探测、检查、修复、更换和铺设各种地下公用设施 (管道和电缆) 的一种高科技实用环保新技术。可广泛应用于石油、天然气、给排水、煤气、热力、自来水、电讯、有线电视等诸多领域的地下管线施工, 并在提升环保、交通、市政施工等领域的技术进步, 以及改善城市居民生活质量等方面体现出了很大的技术优势, 被称谓“地下管线施工的一次革命”<sup>[1]</sup>。

当前国家“城市地下管线探测技术规程”规定, 非开挖管线施工单位在工程完工后, 必须提供地下管线钻迹三维检测数据, 测绘院作为工程第三方和国家授权的监管单位, 负责数据复查和归档管理。在上海当前大规模的城市建设和国际化大都市发展进程中, 随着地下资源的日益高度紧张, 不仅要弄清和掌握庞大的既有地下管网数据资料, 而且新的管线铺设也将在进一步加大埋深程度的深层地下进行, 因此对地下管线的三维探测技术和设备具有迫切的需要性与紧迫性。

为探测地下管线的三维曲线形状, 本课题尝试一种新的探测方法即在沿地下管线弧长变化的方向上布置一些等间距或不等距的传感器, 利用传感器来检测这些点上的变形可计算出曲率<sup>[2-4]</sup>, 并在此基础上计

算出地下管线的形状曲线。本文运用差分法和数值积分等技术实现管线轴线曲线, 对非开挖技术中的地下管线的探测技术提供了一种新的尝试。

### 1 管线轴线重构算法的建立

通过测量可以得到管线轴线的相关数据包括:

- (1) 各取样点处的  $y_i''(s)$ 、 $z_i''(s)$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ )。
- (2)  $s_i$  为距离起点的长度值。
- (3) 两侧端点的坐标值。

运用这些数据, 以下将探求管线轴线曲线的计算方法。

#### 1.1 管道轴线的参数方程形式

地下管线的三维曲线是用空间坐标系来表示的,  $x$ 、 $y$ 、 $z$  都可以看作进入地下的管线轴线弧长  $s$  的函数, 其中  $x$  方向是地下管线长度方向。

即设管线的参数方程为:

$$\begin{cases} x = x(s) \\ y = y(s) \\ z = z(s) \end{cases} \quad (1)$$

以下将先计算出  $y(s)$  和  $z(s)$ , 然后再由  $y(s)$  和  $z(s)$  推导出  $x(s)$ 。

#### 1.2 $y(s)$ 和 $z(s)$ 的计算

在第  $i$  个采样点附近有二次拉格朗日 (Lagrange) 插值公式:

<sup>\*</sup> 基金项目: 国家自然科学基金 (NO. 50475182); 上海市重大科技攻关项目 (04dz12011)

$$y(s) = \frac{y_{i-1}(s-s_i)(s-s_{i+1})}{(s_{i-1}-s_i)(s_{i-1}-s_{i+1})} + \frac{y_i(s-s_{i-1})(s-s_{i+1})}{(s_i-s_{i-1})(s_i-s_{i+1})} + \frac{y_{i+1}(s-s_{i-1})(s-s_i)}{(s_{i+1}-s_{i-1})(s_{i+1}-s_i)} \quad (2)$$

对式 (2) 求  $s$  的导数得

$$\frac{d}{ds}[y(s)] = \frac{y_{i-1}(s-s_{i+1})}{(s_{i-1}-s_i)(s_{i-1}-s_{i+1})} + \frac{y_{i-1}(s-s_i)}{(s_{i-1}-s_i)(s_{i-1}-s_{i+1})} + \frac{y_i(s-s_{i+1})}{(s_i-s_{i-1})(s_i-s_{i+1})} + \frac{y_i(s-s_{i-1})}{(s_i-s_{i-1})(s_i-s_{i+1})} + \frac{y_{i+1}(s-s_{i-1})}{(s_{i+1}-s_{i-1})(s_{i+1}-s_i)} + \frac{y_{i+1}(s-s_i)}{(s_{i+1}-s_{i-1})(s_{i+1}-s_i)} \quad (3)$$

对式 (3) 求  $s$  的导数得出  $y(s)$  的二阶导数:

$$\frac{d^2}{ds^2}y(s) = \frac{2y_{i-1}}{(s_{i-1}-s_i)(s_{i-1}-s_{i+1})} + \frac{2y_i}{(s_i-s_{i-1})(s_i-s_{i+1})} + \frac{2y_{i+1}}{(s_{i+1}-s_{i-1})(s_{i+1}-s_i)} \quad (4)$$

从式 (4) 可以看出二阶导数值是常数。

如对于  $s$  采用等距离采样点, 则有

$$\frac{d^2}{ds^2}y(s) = \frac{y_{i-1}}{h^2} - \frac{2y_i}{h^2} + \frac{y_{i+1}}{h^2} \quad (5)$$

其中  $h$  为采样点的距离。

因各点的二阶导数值  $d_i$  可根据测量值计算出来, 所以在第  $i$  点可以建立方程:

$$\frac{1}{h^2}(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) = d_i \quad (6)$$

最后得到的关于采样点二阶导数的方程为

$$Ay = d \quad (7)$$

其中

$$y = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_{n-1} \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \dots \\ d_{n-1} \end{bmatrix}$$

$d$  为各采样点的二阶导数值, 其中  $d_1, d_2, \dots$ ,

$d_{n-2}$  由测量获得,  $d_0, d_{n-1}$  为已知两端边界值。

其中各系数:

$$\alpha_{i+1,i} = \frac{2}{(s_{i-1}-s_i)(s_{i-1}-s_{i+1})} \quad \alpha_{i+1,i+1} = \frac{2}{(s_i-s_{i-1})(s_i-s_{i+1})} \quad \alpha_{i+1,i+2} = \frac{2}{(s_{i+1}-s_{i-1})(s_{i+1}-s_i)} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n-2) \quad (8)$$

如对于  $s$  的等距离采样点, 则有

$$\alpha_{i+1,i+2} = \frac{1}{h^2}$$

$$\alpha_{i+1,i+2} = -\frac{2}{h^2}$$

$$\alpha_{i+1,i+2} = \frac{1}{h^2} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n-2) \quad (9)$$

由于  $Ay = d$  的系数矩阵  $A$  是一个三对角矩阵, 可以使用追赶法求解出  $n$  个采样点的  $y$  坐标值。

采用同样的方法可求解出各采样点出的  $z$  坐标值。

### 1.3 各采样点 $x$ 坐标的计算

这里将根据计算出的各个采样点处的  $y$  和  $z$  坐标计算各采样点的  $x$  坐标。

在计算出各采样点  $y_i$  值以后, 由式 (3) 可以求出各采样点  $y_i$  的值:

$$y_i'(s) = \frac{y_{i-1}(s-s_{i+1})}{(s_{i-1}-s_i)(s_{i-1}-s_{i+1})} + \frac{y_i(2s_i-s_{i-1}-s_{i+1})}{(s_i-s_{i-1})(s_i-s_{i+1})} + \frac{y_{i+1}(s-s_{i-1})}{(s_{i+1}-s_{i-1})(s_{i+1}-s_i)} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n-1) \quad (10)$$

如是对于  $s$  的等距离采样点, 则有:

$$y_i'(s) = \frac{y_{i+1}}{2h} - \frac{y_{i-1}}{2h} \quad (11)$$

同样可以求出  $z_i'(s)$ 。

已知空间三维曲线上满足

$$[x'(s)]^2 + [y'(s)]^2 + [z'(s)]^2 = 1 \quad (12)$$

其中  $x'(s) > 0$  (因随着  $s$  的增加,  $x$  也在增加)

由式 (12) 可得:

$$x'(s) = \sqrt{1 - [y'(s)]^2 - [z'(s)]^2}$$

从而求出各采样点处的  $x_i'(s)$ 。

以下将根据求出的各个  $x_i'(s)$  和相应边界条件求出各个结点的  $x_i(s)$ 。

求出第  $i$  个采样点的  $x_i'(s)$  后, 由差商公式

$$x_i' = \frac{x_i - x_{i-1}}{s_i - s_{i-1}} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n-2) \quad (13)$$

可得

$$x_i = x'(s)(s_i - s_{i-1}) + x_{i-1} \quad (14)$$

对于等距节点:

$$x_i = h \cdot x_i' + x_{i-1} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n-2) \quad (15)$$

由左端初值  $x_0$ , 求出  $x_i^1(s)$ 。

由右端初值  $x_{n-1}$ , 求出  $x_i^2(s)$ 。

如图 1 所示, 使用一端初值计算出的  $x(s)$  曲线 (图中  $x^1(s)$  和  $x^2(s)$  曲线) 在趋向另一端的过程中与精确曲线的误差会越积越大, 在另一端点处绝对误差最大。笔者对  $x^1(s)$  和  $x^2(s)$  曲线进行修正, 试图使修正曲线与精确曲线的误差大大降低。

图 1 误差曲线

设修正的曲线  $x_i(s)$ :

$$x_i(s) = \frac{L-s}{L} x_i^1(s) + \frac{s}{L} x_i^2(s) \quad (i=0, 1, 2, \cdots, n-1) \tag{16}$$

2 算例

考虑到实际工程中地下管线的曲线轨迹, 这里以圆柱螺旋线为例验证以上算法。设圆柱螺旋线方程为

$$\begin{cases} x(s) = bws \\ y(s) = a \sin(ws) \\ z(s) = a \cos(ws) \end{cases} \tag{17}$$

其中:  $w = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ,  $a > 0$

根据实际工程和测量需要, 管线的最大半径要求要达到 80m, 故这里取  $a = b = 80$ , 并且在 100m 长的测量段上取 100 个采样点。测量出的二阶导数值可由方程 (17) 中计算出的二阶导数值代替。笔者在 Windows XP 环境下利用 VC++ 6.0 实现了该算法, 误差分析如表 1 所示。

表 1 螺旋线算例误差分析

|   |       | 最大误差     | 最大误差所在位置      |
|---|-------|----------|---------------|
| X | 单步法积分 | 0.000901 | S = 98.989899 |
|   | 修正后   | 0.000003 | S = 78.787879 |
| Y |       | 0.000022 | S = 57.575758 |
| Z |       | 0.000046 | S = 48.484848 |

从表 1 看出, 由左端初值  $x_0$  求解的  $x(s)$  曲线与精确曲线的最大误差出现在右端端点处, 而且误差比较大; 修正后的  $x(s)$  曲线已经十分接近精确曲线, 其最大误差所在位置也发生了变化。此外, 在 100m 长的管线上取 100 个采样点的情况下, 重构的  $y(s)$ 、 $z(s)$  曲线与算例曲线的误差很小, 进一步验证本算法的可行性。

3 结论

本文介绍的曲线重构方法, 通过具体螺旋线实例的验证, 结果证明了该算法在理论上是可行的。由于被拟合曲线的曲率变化剧烈程度对拟合误差的影响, 以及对误差的放大作用, 采样点数的多少和曲率测量的误差会对曲线重建的准确度产生较大的影响。因此在可能的条件下, 应该设置适当的采样点, 特别对曲率变化剧烈的曲线, 应该采用相对较为密集的采样点, 而对曲率变化较小的曲线, 可以采用相对较为稀疏的采样点。

因此, 使用本算法进行地下管线三维探测技术的研究与开发, 可为扩大非开挖技术用武之地和提高非开挖技术水平提供技术保证, 为规范健全城市地下管网数据资料和市政监管规划发挥有效作用。

参考文献

【1】钱晋武, 等. 非开挖地下管线探测中的弯曲变形检测装置研究 [J]. 光学精密工程, 2005 (4): 179 - 184.

【2】陈建军, 等. 已知离散点曲率的曲线拟合递推方法 [J]. 上海大学学报: 自然科学版, 2003 (2): 123 - 126.

【3】吴家麒, 等. 基于曲率数据的曲线拟合方法研究 [J]. 应用科学学报, 2003 (2): 258 - 262.

【4】杨东英, 等. 内窥镜镜体形状的三维重建方法研究 [J]. 应用科学学报, 2000 (4): 406 - 410.

作者简介: 马雷 (1981—), 男, 安徽阜阳人, 硕士研究生, 主要研究方向: CMS、虚拟仿真及工程分析。电话: 021 - 56333094, 13761330749, E-mail: warmalei@126.com。

收稿日期: 2005 - 10 - 11